

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Томский государственный педагогический университет»  
(ТГПУ)**

Утверждаю  
И.о. декана физико-  
математического факультета  
Ю.К. Пенская



*Физико-математический факультет*

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа  
«Подготовка к ЕГЭ по математике»**

Автор программы  
Подстригич А. Г., к.пед.н., доцент, зав.  
кафедрой математики, теории и  
методики обучения математике

## 1. Паспорт программы

<b>Аннотация программы</b>	Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Подготовка к ЕГЭ по математике» направлена на формирование и развитие навыков решения задач, необходимых для успешной сдачи единого государственного экзамена; представляет углубленное изучение и систематизацию учебного материала укрупненными блоками (всего 5 модулей) в течение 5 дней в формате каникулярной Математической школы. Обучающийся вправе освоить как все модули, так и один или несколько модулей в соответствии со своими образовательными потребностями.
<b>Направленность дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы</b>	Естественно-научная
<b>Вид деятельности дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы</b>	математика
<b>Категория обучающихся</b>	16–18 лет (обучающиеся 10–11 классов)
<b>Срок обучения</b>	20 часов <sup>1</sup>
<b>Форма обучения</b>	очная
<b>Режим занятий</b>	4 ч в день
<b>Ожидаемое минимальное и максимальное число детей, обучающихся в одной группе</b>	1–80
<b>Категория состояния здоровья детей, которые могут быть зачислены на обучение по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе</b>	Программа рассчитана на детей без ОВЗ

## 2. Актуальность программы

Содержание программы определяется на основании кодификатора элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения единого государственного экзамена (ЕГЭ), подготовленного федеральным государственным бюджетным научным учреждением «Федеральный институт педагогических измерений». ЕГЭ по математике имеет двухуровневую структуру: базовый ЕГЭ по математике и профильный ЕГЭ по математике. Все проверяемые знания и навыки заложены в школьной программе, но даются совершенно в другой структуре, что усложняет подготовку к экзамену. Программа направлена на восполнение недостающих и систематизацию знаний, отработку приемов решения заданий различных типов и уровней сложности.

## 3. Цели и задачи:

**Организационно-педагогической целью** программы является подготовка обучающихся к итоговой аттестации по математике в форме ЕГЭ.

Исходя из общей дидактической цели, направленной на повторение, обобщение и систематизацию знаний, умений и навыков по математике средней школы, данный курс нацелен на выполнение следующих задач:

<sup>1</sup> Обучающийся, родитель (законный представитель) несовершеннолетнего обучающегося вправе выбрать из общего количества часов по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе «Подготовка к ЕГЭ по математике» любое количество часов, но не более 20 часов.

– повторить, обобщить и систематизировать знания, умения и навыки при решении рациональных и иррациональных уравнений, их систем, трансцендентных уравнений и их систем; квадратных и алгебраических неравенств, их систем, трансцендентных неравенств и их систем; планиметрических, стереометрических задач, задач с параметром, задач на оценку и пример.

#### 4. Ожидаемые результаты освоения программы

*Обучающиеся, освоившие программу, должны знать:*

- существо понятия алгоритма, примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости, приводить примеры такого описания;
- значение математики как науки и значение математики в повседневной жизни, а также как прикладного инструмента в будущей профессиональной деятельности.

*Обучающиеся, освоившие программу, должны уметь:*

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- решать рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, а также системы уравнений и неравенств;
- создавать математические модели;
- решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических и алгебраических величин, применяя изученные математические формулы, уравнения и неравенства;
- решать планиметрические и стереометрические задачи;
- решать задачи формата ЕГЭ.

*Обучающиеся, освоившие программу, должны владеть навыками:*

- самостоятельной учебно-исследовательской деятельности по решению задач ЕГЭ по математике;
- работы с информацией;
- проведения математического учебного исследования.

#### 5. Учебный план

№ п/п	Наименование модулей и разделов	Всего часов	В том числе:		Формы контроля
			Теория	Практика	
1.	Модуль 1. Разбор заданий ЕГЭ: решение уравнений	4	2	2	Зачет
2.	Модуль 2. Разбор заданий ЕГЭ: решение неравенств	4	2	2	Зачет
3.	Модуль 3. Разбор заданий ЕГЭ по геометрии: геометрические фигуры, координаты и векторы	4	2	2	Зачет
4.	Модуль 4. Разбор заданий ЕГЭ с параметрами	4	2	2	Зачет
5.	Модуль 5. Разбор заданий ЕГЭ на оценку и пример	4	2	2	Зачет
<b>ИТОГО:</b>		<b>20</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	

#### 6. Учебно-тематический план

№	Наименование модулей, разделов и тем	Количество часов			Формы контроля
		Всего	Теория	Практика	
1.	Модуль 1. Разбор заданий ЕГЭ: решение уравнений	4	2	2	
1.1	Решение рациональных, иррациональных уравнений и их систем	2	1	1	
1.2	Решение трансцендентных уравнений и их систем	2	1	1	Зачет
2.	Модуль 2. Разбор заданий ЕГЭ: решение неравенств	4	2	2	

2.1	Решение квадратных и алгебраических неравенств, их систем	2	1	1	
2.2	Решение трансцендентных неравенств и их систем	2	1	1	Зачет
<b>3.</b>	<b>Модуль 3. Разбор заданий ЕГЭ по геометрии: геометрические фигуры, координаты и векторы</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	
3.1	Треугольники, четырехугольники, окружность. Окружности, вписанные и описанные. Решение планиметрических задач	2	1	1	
3.2	Координаты и векторы. Решение планиметрических и стереометрических задач	2		2	Зачет
<b>4.</b>	<b>Модуль 4. Разбор заданий ЕГЭ с параметрами</b>	<b>4</b>		<b>4</b>	
4.1	Уравнения и неравенства с параметром. Решение задач с параметром	2		2	
4.2	Уравнения и неравенства с модулем и параметром. Решение задач с параметром (задача № 17)	2		2	Зачет
<b>5.</b>	<b>Модуль 5. Разбор заданий ЕГЭ на оценку и пример</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	
5.1	Задачи «на числа». Теория и практика	2	1	1	
5.2	Метод «Оценка плюс пример». Решение задач ЕГЭ на числа и их свойства	2	1	1	Зачет
<b>ИТОГО:</b>		<b>20</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	

### 7. Содержание дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения
<b>1.</b>	<b>Модуль 1. Разбор заданий ЕГЭ: решение уравнений</b>	
1.1	Решение рациональных, иррациональных уравнений и их систем	Теория: Метод разложения на множители. Метод подбора корней. Метод замены переменной. Практика: Решение рациональных уравнений. Решение систем рациональных уравнений. Решение иррациональных уравнений и их систем.
1.2	Решение трансцендентных уравнений и их систем	Теория: Различные типы тригонометрических уравнений, способы их решения, решение их систем. Отбор корней. Свойство монотонности показательной функции. Практика: Решение показательных и логарифмических уравнений и их систем.
<b>2.</b>	<b>Модуль 2. Разбор заданий ЕГЭ: решение неравенств</b>	
2.1	Решение квадратных и алгебраических неравенств, их систем	Теория: Метод интервалов. Метод разложения на множители. Метод замены переменной. Практика: Решение алгебраических неравенств. Решение систем рациональных неравенств. Решение иррациональных неравенств и их систем.
2.2	Решение трансцендентных неравенств и их систем	Теория: Определение и свойства логарифма, преобразования логарифмических выражений. Решение показательных, логарифмических неравенств и их систем. Практика: Использование метода рационализации при решении логарифмических, показательных, степенных, иррациональных неравенств и неравенств с модулем.
<b>3.</b>	<b>Модуль 3. Разбор заданий ЕГЭ по геометрии: геометрические фигуры, координаты и векторы</b>	
3.1	Треугольники, четырехугольники, окружность.	Теория: Основные теоремы и формулы, использующиеся в решении задач с многоугольниками. Основные теоремы и формулы,

	Окружности, вписанные и описанные. Решение планиметрических задач	использующиеся в решении задач с окружностями. Практика: Примеры задач с многоугольниками и их решение. Примеры задач с вписанными окружностями и их решение.
3.2	Координаты и векторы. Решение планиметрических и стереометрических задач	Практика: Решение задач на нахождение расстояния между точками в пространстве, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, расстояние между скрещивающимися прямыми. Решение задач на нахождение угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью, угла между плоскостями. Решение задач координатным и векторным методами.
<b>4.</b>	<b>Модуль 4. Разбор заданий ЕГЭ с параметрами</b>	
4.1	Уравнения и неравенства с параметром. Решение задач с параметром	Практика: Решение задач с параметром графическим и аналитическим способами.
4.2	Уравнения и неравенства с модулем и параметром. Решение задач с параметром (задача № 17)	Практика: Решение уравнений и неравенств с параметром и модулем.
<b>5.</b>	<b>Модуль 5. Разбор заданий ЕГЭ на оценку и пример</b>	
5.1	Задачи «на числа». Теория и практика	Теория: Числа и их свойства. Практика: Решение задач на числа.
5.2	Метод «Оценка плюс пример». Решение задач ЕГЭ на числа и их свойства	Практика: Решение задач на числа (задача № 18) на применение метода «Оценка плюс пример».

## **8. Материально-техническое обеспечение дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы**

Для обеспечения программы необходимы: учебная аудитория, компьютер, проектор, экран, выход в сеть Интернет.

Материально-техническая база соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов и форм образовательной деятельности.

## **9. Методические рекомендации по организации образовательного процесса**

Основные формы организации обучения: проведение лекций (проблемных и традиционных); практических занятий (коллективные формы обсуждения, мозговые штурмы, работа в микрогруппах – решение проблемных ситуаций, моделирование, защита решений), различные формы самостоятельной работы, консультации и т.д.

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: сбор и анализ практического материала, ведение словаря, проектирование, выполнение тематических исследовательских заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяются индивидуально-личностным и компетентностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимися.

## **10. Формы учебной работы**

Фронтальная, индивидуальная и групповая работа.

## **11. Формы контроля**

### **11.1. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Текущий контроль успеваемости осуществляется на основе наблюдений за деятельностью учащихся в ходе занятий.

Промежуточной аттестацией по итогам освоения каждого модуля является зачёт в форме контрольной работы: выполнение тренировочных заданий ЕГЭ по окончании обучения по каждому из 5 модулей.

Для промежуточного контроля предусмотрены «Критерии оценки выполнения заданий промежуточного контроля».

Основанием для успешного прохождения промежуточного контроля по итогам освоения модулей программы является положительный результат выполнения аттестационных работ по выполнению тренировочных заданий ЕГЭ:

- Модуль 1 – задание № 12 ЕГЭ;
- Модуль 2 – задание № 13 ЕГЭ;
- Модуль 3 – задания № 13 и № 16 ЕГЭ;
- Модуль 4 – задание № 17 ЕГЭ;
- Модуль 5 – задание № 18 ЕГЭ.

### Выполнение тренировочных заданий ЕГЭ по математике

**12** а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - 3\cos(-x) - 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**13** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$ . Диагонали трапеции пересекаются в точке  $O$ . Точки  $M$  и  $N$  – середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $M$  и  $N$  параллельно прямой  $SO$ .

- а) Докажите, что сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $\alpha$  является трапецией.
- б) Найдите площадь сечения пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $\alpha$ , если  $AD = 9$ ,  $BC = 7$ ,  $SO = 6$ , а прямая  $SO$  перпендикулярна прямой  $AD$ .

**14** Решите неравенство  $4^x + \frac{112}{4^x - 32} \leq 0$ .

**16** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

- а) Докажите, что  $AL : AC = AB : BC$ .
- б) Найдите  $EL$ , если  $AC = 21$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = 0,4$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(a-x)^2 + 4a + 1 = (2x+1)^2 - 8|x|$$

имеет четыре различных корня.

**18** Есть три коробки: в первой коробке 112 камней, во второй – 99, а третья – пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в первой коробке оказаться 103 камня, во второй – 99, а в третьей – 9?
- б) Могло ли в третьей коробке оказаться 211 камней?
- в) Во второй коробке оказалось 4 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

### Критерии оценки выполнения заданий ЕГЭ по математике

Задание № 12 – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение.

Выделение решения уравнения в отдельный пункт  $a$  прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос пункта  $a$  задание № 12 оценивается 0 баллов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте $a$ ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта $a$ и пункта $b$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Задание № 13 – стереометрическая задача, она разделена на пункты *a* и *б*. В пункте *a* нужно доказать геометрический факт, в пункте *б* найти (вычислить) геометрическую величину.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Задание № 14 – это неравенство: дробно-рациональное, логарифмическое или показательное.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

Задание № 16 – это планиметрическая задача. В пункте *a* теперь нужно доказать геометрический факт, в пункте *б* – найти (вычислить) геометрическую величину.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Задание № 17 – это уравнение, неравенство или их системы с параметром.

Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

- чисто алгебраический способ решения;
- способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;
- функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

Зачастую (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведёт к цели. Кроме того, в конкретном тексте решения вполне могут встречаться элементы каждого из трех перечисленных способов.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>

Задание № 18 проверяет достижение следующих целей изучения математики на профильном уровне: "развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности".

При этом, для решения этой задачи не требуется никаких фактов, выходящих за рамки школьного курса.

Условие задания № 18 разбито на пункты – ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые можно в итоге полностью выполнить задание. Такое разбиение, в первую очередь, облегчает участнику экзамена планирование работы над данной задачей, а также позволяет более четко и прозрачно провести оценивание выполнения задания.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта <i>a</i> ; – обоснованное решение пункта <i>б</i> ; – искомая оценка в пункте <i>в</i> ; – пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>

Перевод баллов в шкалу оценок:

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если набрано от 10 до 18 баллов;
- оценка «не зачтено», если набрано от 0 до 10 баллов.