

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)**

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ТГПУ



А.Н. Макаренко

«23» октября 2023 г.

ПРОГРАММА

вступительного испытания в аспирантуру

по научной специальности

**5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания
(математика, уровни общего и профессионального образования)**

Отрасль науки: педагогические науки

Пояснительная записка

Программа вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика, уровни общего и профессионального образования) составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки магистров 44.04.01 Педагогическое образование.

Вступительные испытания проводятся в форме экзамена, цель которого выявить способности и готовность абитуриента к обучению по научной специальности.

Ответ абитуриента оценивается по пятибалльной системе.

Критерии оценки ответа на вступительном экзамене

5 баллов «отлично»: Абитуриент демонстрирует высокий уровень владения теоретическими знаниями; свободно ориентируется в вопросах теории и практики. В своем ответе он апеллирует к классическим трудам и работам современных исследователей; проявляет умение доказательно объяснять факты и явления; владеет навыком выявлять причинно-следственные и межпредметные связи. Абитуриент обнаруживает умение критично относиться к научной информации, доказательно формулирует свое мнение. Ответ логически построен, речь грамотная, осмысленно использует в суждениях общенаучную и профессиональную терминологию, не затрудняется в ответах на заданные членами комиссии вопросы.

4 балла «хорошо»: Абитуриент демонстрирует достаточно высокий уровень овладения теоретическими знаниями, свободно ориентируется в специальных терминах. В ответе абитуриент ссылается на классические общепризнанные научные труды и работы современных авторов. Абитуриент проявляет умение доказательно объяснять факты и явления, однако, допускает некоторые неточности. Ответ иллюстрируется собственными наблюдениями, примерами из учебной практической деятельности; прослеживаются межпредметные связи. В целом ответ имеет логическую последовательность в изложении материала; речь профессионально грамотная; на вопросы предоставляет развернутые правильные ответы.

3 балла «удовлетворительно»: Абитуриент знает основной материал, но испытывает трудности в его самостоятельном изложении; ориентируется в вопросах с помощью дополнительных уточнений. Испытывает трудности в объяснении фактов и процессов. В ответе ссылается на классические труды и работы современных исследователей, но не в полном объеме; слабо прослеживаются межпредметные связи; нарушена логика в выстраивании ответа. После дополнительных вопросов абитуриент высказывает собственные суждения относительно дискуссионных вопросов, но проявляет недостаточно сформированную профессиональную позицию; допускает неточности при использовании общенаучной и профессиональной терминологии.

2 балла «неудовлетворительно»: Абитуриентом не усвоена большая часть изученного ранее материала, имеются лишь отдельные отрывочные представления, не прослеживаются межпредметные связи. Не проявлена способность доказательно объяснять факты и процессы; отсутствует умение критично относиться к научной информации, а также собственная точка зрения и логические рассуждения относительно проблемных вопросов. Отрывочные теоретические высказывания не иллюстрируются собственными наблюдениями, примерами из учебной практической деятельности. Абитуриент не владеет общенаучной и профессиональной терминологией, испытывает значительные затруднения в ответах на уточняющие и дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии.

**Содержание специальной дисциплины, соответствующей
научной специальности 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания
(математика, уровни общего и профессионального образования)**

Разделы программы

I. Научные основы учебных дисциплин (математика)

Алгебра

Множества.

Понятия множества. Конечные и бесконечные множества. Подмножества, включение. Теоретико-множественные операции. Эквивалентность множеств. Сравнение мощностей. Счетные множества. Аксиома выбора.

Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и порядка.

Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Свойства. Бинарная алгебраическая операция. Свойства. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Классы эквивалентности, их свойства. Фактор-множества. Отображение. Виды. Свойства.

Группы, кольца, поля. Гомоморфизмы и изоморфизмы.

Нейтральные и симметричные элементы. Аддитивная и мультипликативная терминологии. Полугруппа, ее арифметика, идеалы полугрупп. Различные определения группы и доказательство их равносильности. Примеры групп: числовые группы, группы подстановок.

Кольцо. Виды колец. Примеры колец: числовые кольца, кольцо матриц. Два определения поля, их равносильность. Арифметика поля. Примеры колец.

Гомоморфизмы и изоморфизмы.

Векторные пространства.

Линейная зависимость и независимость системы векторов линейного пространства. Основная теорема о линейной зависимости системы векторов и следствия из нее. Базис и ранг системы векторов. Элементарные преобразования системы векторов. Ранг системы строк и системы столбцов матрицы. Независимость рангов матрицы при элементарных преобразованиях систем строк и столбцов. Теорема о ранге матрицы. Векторное пространство. Примеры и свойства векторных пространств. Подпространство векторного пространства и его признак. Линейная оболочка системы векторов. Пересечение, сумма и прямая сумма подпространств. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора и их преобразование при переходе от одного базиса к другому.

Поле комплексных чисел.

Теоремы о поле упорядоченных пар действительных чисел и матриц второго порядка специального вида. Теоремы о существовании полей \mathbb{C} и об их изоморфизме. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и ее применение для получения формул тригонометрических функций кратного аргумента. Извлечение корней n -й степени из комплексного числа. Группа корней n -й степени из единицы. Решение уравнений в поле комплексных чисел.

Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.

Построение кольца многочленов от нескольких переменных. Различные формы представления многочленов. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Приложения теории симметрических многочленов.

Системы линейных уравнений.

Равносильные системы, элементарные преобразования. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений. Критерий совместности. Решение систем

линейных уравнений методом Гаусса. Однородная система линейных уравнений, ее пространство решений. Фундаментальная система решений (ФСР), признак ее существования, количество векторов в ФСР, нахождение ФСР. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной систем линейных уравнений.

Определитель квадратной матрицы.

Понятие матрицы. Виды матриц. Сложение и умножение матриц и их свойства. Определители квадратной матрицы. Определение определителя n -го порядка и его свойства. Способы вычисления определителя (разложением по строке или столбцу, понижением его порядка). Обратная матрица. Условия обратимости матрицы. Способы вычисления обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Правило Крамера для решения системы n линейных уравнений с m неизвестными.

Геометрия

Геометрические преобразования.

Примеры преобразований плоскости. Движения плоскости и их свойства. Группа движений плоскости. Классификация движений. Гомотетия плоскости и ее свойства. Группа подобий плоскости. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Преобразования пространства. Групповой подход к геометрии.

Измерение геометрических величин.

Длина. Площадь. Объем. Измерение отрезков. Теория существования и единственности. Площадь многоугольника. Равновеликие и равносторонние многоугольники. Квадрируемость плоских фигур. Объем многогранника в евклидовом пространстве (обзор). О величинах.

Геометрия плоскости Лобачевского.

Аксиома Лобачевского и её простейшие следствия. Некоторые факты геометрии на плоскости Лобачевского. Определение и свойства параллельных и расходящихся прямых. Угол параллельности и функция Лобачевского.

Математический анализ

Действительные числа.

Определение полного упорядоченного поля. Теорема о неполноте поля рациональных чисел. Различные способы введения действительных чисел. Реализация поля R с помощью дедекиндовых сечений. Реализация поля с помощью бесконечных десятичных дробей. Аксиоматическое введение множества вещественных чисел. Аксиома непрерывности и следствия из нее. Нечетность множества R . Мощности множества Q и R .

Пространства.

Понятия метрического пространства. Примеры. Определение расстояния в пространстве R^n и пространстве функций, непрерывных на отрезке. Нормированные линейные пространства. Примеры нормированных линейных пространств. Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.

Предел последовательности в метрическом пространстве.

Понятие предела. Общие свойства предела. Последовательность Коши. Понятие полноты метрического пространства. Полные и неполные метрические пространства. Примеры. Компактные множества в метрических пространствах.

Предел и непрерывность отображений метрических пространств.

Определение предела для отображений метрических пространств. Теорема о пределе сложной функции. Непрерывность для функций со значениями в R^n . Непрерывность композиции.

Дифференцирование отображений нормированных пространств.

Частные произведения функций многих переменных. Теорема о частных произведениях композиции. Производные по направлениям. Понятия дифференцируемости отображения из R^n в R^m .

II. Теория и методика предметного образования

Предмет методики преподавания математики.

Составные части методики преподавания математики. Цели обучения математике в средней школе. Реализация дидактических принципов в обучении математике. Значение школьного курса математики в общем образовании. Воспитание и развитие учащихся на уроках математики: формирование функциональной математической грамотности и научного мировоззрения, эстетическое и нравственное воспитание; развитие логического мышления, пространственных представлений и воображения.

Содержание школьного курса математики.

Структура курса математики. Основные линии развития школьного курса математики. Математика как учебный предмет. Роль и место математики в системе учебных предметов. Связь курса математики с другими учебными предметами. Внутри- и межпредметные связи математики. Прикладные аспекты школьного курса математики. Математическая подготовка выпускника средней школы к практической деятельности и к продолжению образования.

Математические понятия, методика их введения и формирования.

Методика изучения теорем и их доказательств. Задачи в обучении математике, их дидактические функции. Постановка задач, их структура, методика обучения решению задач. Методика обучения поиску решения задач. Обучение математике через задачи. Проблемы систематизации и классификации школьных математических задач.

Организационные вопросы обучения математике.

Урок математики, его особенности. Основные типы уроков. Система подготовки учителя к урокам математики. Проверка и оценка знаний учащихся. Основные технологии и средства обучения математике. Кабинет математики.

Элементы алгебры в курсе математики младших классов.

Основные цели и задачи введения алгебраического материала на данном этапе обучения, основные темы и методика их изучения.

Учение о числе в школьном курсе математики.

Понятие числа. Методика изучения натуральных, целых и рациональных чисел. Введение и изучение действительных чисел.

Тождественные преобразования.

Роль и место тождественных преобразований в школьном курсе математики. Виды тождественных преобразований. Проблема формирования вычислительной культуры школьников.

Уравнения и неравенства, их место в курсе школьной алгебры.

Различные определения понятий уравнения и неравенства и их формирование. Методика составления уравнений при решении задач.

Функции и их роль в построении школьного курса алгебры. Формирование понятия функции. Функциональная пропедевтика. Методическая система изучения функций в курсе алгебры основной школы. Методика изучения линейной и квадратичной функций.

Основные вопросы преподавания элементов математического анализа в старших классах средней школы.

Числовые последовательности. Примеры числовых последовательностей. Формирование понятия предела числовой последовательности. Функция. Предел функции и непрерывность. Методика изучения тригонометрических функций, показательной и логарифмической функций. Понятие обратной функции. Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Формирование понятия производной. Применение производной к исследованию функций. Формирование понятий неопределенного и определенного интегралов. Приложения интеграла.

Элементы стохастики и теории вероятностей.

Основные цели учебного курса «Вероятность и статистика». Сбор, обработка и представление информации: схемы, таблицы, диаграммы, графики и др. Элементы комбинаторики. Элементы теории вероятностей: случайные события, достоверные и невозможные события, частота событий.

Общие вопросы методики преподавания геометрии в основной школе.

Цели, содержание и структура курса. Различные подходы к построению систематического школьного курса геометрии. Особенности методики преподавания школьного курса геометрии в условиях современной реформы школы.

Методика изучения фигур на плоскости.

Многоугольники. Формирование понятия многоугольника. Методика изучения частных видов. Треугольники. Признаки равенства треугольников. Четырехугольники. Их классификация. Правильные многоугольники. Окружность и круг. Взаимное расположение окружностей, прямой и окружности на плоскости. Геометрические места точек. Задачи на построение.

Координаты и векторы на плоскости.

Прямоугольная система координат, операции с векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов, уравнения окружности и прямой.

Методика изучения параллельности и перпендикулярности в пространстве.

Классификации взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Методика изучения пространственных фигур: многогранников и фигур вращения.

Координаты и векторы в пространстве.

Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Вектор в пространстве. Действия над векторами. Координаты вектора. Уравнения прямой в пространстве, сферы и плоскости.

Введение понятий объема и площади поверхности пространственной фигуры.

Вывод формул объемов и площадей поверхностей основных пространственных фигур. Использование принципа Кавальери, понятий предела и интеграла при изучении данной темы.

Перечень вопросов для вступительного испытания

I. Научные основы учебных дисциплин (математика)

Алгебра

1. Множества, способы их задания. Операции над множествами и их свойства. Декартово произведение множеств. Булеан множества.
2. Виды бинарных отношений, их признаки, примеры. Теорема о связи между эквивалентностями и разбиениями.
3. Отображение одного множества в другое. Виды отображений и их примеры. Произведение отображений. Обратимое отображение, признак обратимости отображения.
4. Алгебраические операции и их примеры. Свойства алгебраических операций. Нейтральные и симметричные элементы, их свойства, существование.
5. Порядок, виды порядка, примеры. Строгий линейный порядок, его признак. Упорядоченные множества. Булева алгебра и ее примеры.
6. Два определения группы и доказательства их равносильности. Примеры групп конечных и бесконечных.
7. Определение кольца, его простейшие свойства, делители нуля. Примеры колец. Подкольцо, его признак, примеры. Изоморфизм колец.

8. Два определения поля и доказательство их равносильности. Примеры полей конечных и бесконечных. Подполе, его признак, примеры. Изоморфизм полей. Расширение полей.
9. Матрицы, виды матриц, операции над матрицами, их свойства. Обратная матрица, признак существования обратной матрицы. Решение матричных уравнений.
10. Определитель квадратной матрицы, его свойства, способы вычисления определителя.
11. Линейная зависимость и независимость системы векторов, их признаки. Базис системы векторов, его признак. Ранг системы векторов и его свойства.
12. Различные подходы к определению ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы.
13. Классификация систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Основные методы решения систем линейных уравнений.
14. Линейное пространство над полем и его простейшие свойства, примеры. Теорема об изоморфизме конечномерных пространств.
15. Линейные операторы, их собственные векторы и собственные значения. Теорема о собственных значениях линейного оператора линейного пространства над полем S . Ранг и дефект линейного оператора. Матрица линейного оператора с простым спектром.
16. Изоморфизм алгебры линейных операторов n -мерного пространства и алгебры квадратных матриц порядка n .
17. Основные свойства простых чисел. Бесконечность множеств простых чисел. Основная теорема арифметики и следствия из нее.
18. Корень многочлена, его признак. Теорема Безу, схема Горнера. Кратность корня, способы определения кратности корня.
19. Неприводимые многочлены над полем. Основная теорема о неприводимых многочленах над полем. Неприводимые многочлены над полями C, R, Q .
20. Аксиоматическое определение поля комплексных чисел, его признак. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. План построения одной из моделей C . Основная теорема алгебры комплексных чисел (без доказательства) и следствия из нее.

Геометрия

1. Векторное и смешанное произведение векторов.
2. Способы задания и взаимное расположение плоскостей в пространстве.
3. Способы задания и взаимное расположение прямых, прямой и плоскости в пространстве.
4. Группа движений плоскости и ее подгруппы.
5. Геометрия проективной плоскости.
6. Формулы Френе и частные классы линий в евклидовом пространстве.
7. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
8. Вторая квадратичная форма и кривизна поверхности.
9. Аксиома Лобачевского. Геометрия плоскости Лобачевского.
10. Аксиоматический метод построения теории.

Математический анализ

1. Функция. Способы задания. Основные свойства.
2. Последовательность и ее предел. Свойства пределов.
3. Предел функции в точке. Свойства.
4. Бесконечно малая и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва.
6. Замечательные пределы.
7. Сложная и обратная функции, их непрерывность.
8. Теоремы о функциях, непрерывных на сегменте.

9. Приращение аргумента и функции. Производная. Примеры вычисления производной.
10. Основные правила дифференцирования.
11. Производные элементарных функций.
12. Дифференцируемость функции. Дифференциал.
13. Основные теоремы дифференциального исчисления.
14. Принципы постоянства и монотонности функции, Экстремум функции.
15. Первообразная. Неопределенный интеграл.
16. Основные методы интегрирования.
17. Определенный интеграл. Суммы Дарбу.
18. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Приложения определенного интеграла. Пример вычисления площади.
20. Функции многих переменных.
21. Двойной интеграл, его вычисление. Замена переменных в двойном интеграле.
22. Криволинейное интегрирование.

II. Теория и методика предметного образования

1. Математические понятия и методика их формирования.
2. Методика изучения теорем и их доказательств.
3. Методика обучения учащихся решению текстовых задач.
4. Современный урок математики.
5. Учение о числе в школьном курсе математики.
6. Методика изучения темы «Целые числа».
7. Введение и изучение действительных чисел.
8. Методика изучения тождественных преобразований в школьном курсе математики.
9. Изучение тождеств сокращенного умножения.
10. Методическая система изучения уравнений в средней школе. Изучение квадратных уравнений.
11. Методика изучения неравенств в основной школе.
12. Методическая система изучения функций в основной школе. Методика изучения квадратичной функции.
13. Методика изучения показательной и логарифмической функции.
14. Методика изучения элементов математического анализа в школьном курсе. Формирование понятия «производная». Применение производной к исследованию функции.
15. Различные подходы к изучению элементов стохастики и теории вероятностей в школьном курсе.
16. Методика изучения тригонометрических функций.
17. Пропедевтический курс геометрии.
18. Понятие равенства фигур. Изучение признаков равенства треугольников.
19. Координатный метод на плоскости и в пространстве.
20. Векторный метод на плоскости и в пространстве.
21. Методика изучения темы «Четырехугольники».

Рекомендуемая литература

Основная литература:


1. Введение в высшую математику : учебник и практикум для вузов / М. Б. Хрипунова

- [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганюк. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 478 с. – (Высшее образование).
2. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника : учебное пособие для вузов / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 328 с.
 3. Лапыгин, Ю. Н. Методы активного обучения : учебник и практикум для вузов / Ю. Н. Лапыгин. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 248 с.
 4. Смирнов, С. Д. Психология и педагогика в высшей школе: учебное пособие для вузов / С. Д. Смирнов. 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 352 с.

Дополнительная литература:

1. Байдак, В. А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина: монография / В. А. Байдак. – Москва : ФЛИНТА, 2011. – 264 с. – Режим доступа: ЭБС «КнигаФонд»: <http://www.knigafund.ru>.
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 309 с. – Режим доступа: ЭБС «КнигаФонд»: <http://www.knigafund.ru>.
3. Виноградова, Л. В. Методика преподавания математики в средней школе: Учебное пособие для вузов / Л. В. Виноградова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2006. – 251 с.
4. Денищева, Л. О. Теория и методика обучения математике в школе / Л. О. Денищева, А. Е. Захарова, М. Н. Кочагина и др.; под редакцией Л. О. Денищевой. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 247 с.
5. Малова, И. В. Теория и методика обучения математике в средней школе / И. В. Малова и др. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. – 445 с.
6. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика : учебное пособие для педагогических институтов / А. Я. Блох [и др.] – Москва : Просвещение, 1987. – 416 с.
7. Михеев, В. И. Высшая математика. Краткий курс : учебное пособие / В. И. Михеев, Ю. В. Павлюченко. – Москва : ФЛИНТА, 2007. – 197 с. – Режим доступа: ЭБС «КнигаФонд»: <http://www.knigafund.ru>.
8. Никольский, С. М. Курс математического анализа: Учебник / С. М. Никольский. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 591 с.
9. Рогановский, Н. М. Методика преподавания математики в средней школе : учебное пособие : в 2 ч. / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2010. – Ч. 1 : Общие основы методики преподавания математики (общая методика). – 312 с.
10. Селевко, Г. К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие для педагогических вузов / Г. К. Селевко. – Москва : Народное образование, 1998. – 255 с.
11. Якиманская, И. С. Психологические основы математического образования: учебное пособие для вузов / И. С. Якиманская. – Москва : Академия, 2004. – 319 с.

Программу вступительных испытаний в аспирантуру по научной специальности 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика, уровни общего и профессионального образования) составили:


доктор пед. наук, профессор,
профессор кафедры математики,
теории и методики обучения математике  Э.Г. Гельфман

канд. пед. наук, доцент,
зав. кафедрой математики,
теории и методики обучения математике  А.Г. Подстригич

Программа вступительных испытаний в аспирантуру утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике 31.08.2023 г., протокол № 1.

Заведующий кафедрой  А.Г. Подстригич

Программа вступительных испытаний в аспирантуру одобрена учебно-методической комиссией физико-математического факультета ТГПУ от 05 октября 2023 г., протокол № 2.

Председатель комиссии  Е.А. Фомина

Согласовано:

Проректор по НР  Е.А. Полева

Начальник УАД  Н.И. Медюха

Директор НБ
имени А.М. Волкова ТГПУ  Я.Ю. Остапенко